ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 29 MAI 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. *P.-A. Dangeard* pour occuper, dans la Section de Botanique, la place vacante par le décès de M. *R. Zeiller*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **P.-A. Dangeard** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le Tome LIV (2e série) des *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France* est en distribution au Secrétariat.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. le professeur *Sabine*, de l'Université Harvard, qui assiste à la séance.

GÉOLOGIE. — *Les Orbitoïdes de l'île de la Trinité.* Note [1] de M. H. **Douvillé**.

J'ai donné précédemment [2] un aperçu de l'importance des Orbitoïdes dans le Tertiaire de l'île de la Trinité, d'après les explorations du Dr Tobler; le Dr Zyndel a continué ces recherches et m'a communiqué un grand

---

[1] Séance du 21 mai 1917.

[2] *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 87.

nombre d'échantillons. Il a malheureusement disparu dans le torpillage du *Laconia*, au moment où il rentrait en Angleterre.

J'ai pu ainsi compléter mes déterminations et paralléliser avec plus de précision les formations du Tertiaire américain avec celles de l'Europe.

En Amérique les Lépidocyclines apparaissent immédiatement au-dessus du Claibornien, dans le Jacksonien inférieur (Bartonien), tandis qu'en Aquitaine on ne les connaît qu'au sommet de l'Oligocène. MM. Lemoine et R. Douvillé avaient montré que les formes américaines qu'ils avaient pu étudier, différaient par leur nucléoconque des espèces de l'Eurasie : *Eulepidina*, à loges spatuliformes et à nucléoconque du type embrassant, et *Nephrolepidina* à loges ogivales et à nucléoconque du type réniforme; dans les formes américaines au contraire la nucléoconque était formée de deux loges subégales (*Isolepidina* H. Douv.).

Or ce dernier groupe ne correspond en réalité qu'au type primitif, et dès le Stampien supérieur on voit apparaître à côté de lui des *Eulepidina* et des *Nephrolepidina* comme en Aquitaine et certaines espèces comme *Is. Chaperi* présentent même des formes de passage aux types européens. Dans les *Isolepidina* les loges peuvent du reste être ou spatuliformes ou ogivales.

J'ai pu distinguer les niveaux suivants :

I. Le niveau inférieur à *Orth. varians, O. Archiaci* et *Num.* cf. *striatus* comprend un poudingue très caractéristique, formé presque entièrement de Foraminifères et de fragments de *Lithothamnium;* il passe à des grès de plus en plus fins, moins fossilifères. Il a été reconnu à Point-Bontour (niveau inférieur), à l'embouchure de l'Aripero, où il a fourni en outre *Oligopygus costulatus* ([2]), et dans la chaîne méridionale à Galfa point, et vers son extrémité orientale, dans les bassins de la Navett, du Lizard's et du Stone 39 river; il est alors presque toujours surmonté par des couches plus récentes; aux sources du Navett il a présenté en outre une assez grande Nummulite (*N.* cf. *irregularis*). J'ai attribué ce niveau à l'Auversien.

Une faune un peu différente, paraissant à peu près du même âge, a été recueillie dans l'île Farallon par le Dr Zyndel : *Op.* cf. *ammonea Num.* cf. *striatus*, *Rot. clymenoïdes* Guppy, *Olig. ovum serpentis*. M. Bagg avait également attribué cette couche à l'Éocène, mais en rapprochant l'Operculine d'*O. complanata* qui en réalité est une espèce oligomiocène.

([1]) Des formes voisines (notamment *Ol. Wetherbyi*) sont signalées par Cooke (*loc. cit.*) dans le Jacksonien de la Floride.

II. Les niveaux plus élevés sont surtout représentés par des calcaires à *Lithothamnium* de couleur blanc jaunâtre. Les plus anciens échantillons ont été recueillis par M. Tobler, à Stone 39 river; le calcaire présente là de très nombreuses Orbitoïdes à moitié décomposées, de sorte qu'elles se brisent toujours suivant la couche équatoriale et qu'il est très difficile de constater la disposition des couches latérales; il est caractérisé par *Num. floridensis*, *Orth.* (*Asterodiscus*) *stellata*, *Isolepidina supera*, *Pliolepidina*, et semble correspondre au niveau à Orbitoïdes étoilées signalé par Cooke sur la Chipola river (Alabama), auquel j'ai fait allusion plus haut et qui correspond aux couches à *Zeuglodon* (Jacksonien supérieur ou *Ludien*).

III. Le niveau supérieur des environs de San Fernando paraît un peu plus élevé que le précédent; il présente également des Nummulites (*N. Heilprini*) et des *Orthophragmina* étoilés (*Ast. asteriscus* Guppy), mais les *Isolepidina* sont représentés par une forme pustuleuse paraissant plus évoluée que l'espèce de l'Alabama. On peut la décrire comme suit :

Isolepidina pustulosa, sp. nov. : forme lenticulaire, plus ou moins renflée, atteignant environ 10^{mm} de diamètre; le réseau superficiel, visible quand la surface est un peu usée, est assez différent suivant les échantillons; les plus caractérisés (*fig.* 1) présentent de nombreuses pustules ayant environ un tiers de millimètre de diamètre et séparés par des lignes de logettes circulaires très petites, disposées sur une seule rangée dans la partie centrale; les piliers diminuent d'importance dans les parties latérales. Dans d'autres échantillons les pustules manquent dans la région superficielle où l'on n'observe qu'un petit nombre de piliers, mais en usant la surface on voit apparaître en profondeur les gros piliers caractéristiques séparées par les lignes simples de logettes.

La coupe équatoriale montre que les grandes formes sont microsphériques (B), le réseau présente alors (*fig.* 2) de nombreuses logettes très petites, arrondies en avant et *ne se touchant pas* latéralement.

Les formes mégasphériques (A), très abondantes, sont notablement plus petites, leur diamètre n'atteignant guère que 3^{mm}; la surface est couverte de piliers rapprochés mais plutôt polygonaux (*fig.* 3), ainsi que les logettes interposées; le réseau de la couche équatoriale est également formé de logettes nettement arrondies en avant (*fig.* 4) et qui souvent ne se touchent pas latéralement, comme dans les formes B; elles sont un peu plus grandes. La nucléoconque est nettement formée de deux loges subégales.

A côté de ces échantillons on en rencontre d'autres à peu près de même

taille, mais qui en diffèrent par leur forme plus renflée au milieu et plus amincie sur les bords; la surface est également couverte de piliers, mais ils sont plus petits, plus espacés et surtout ils sont reliés au milieu par des crêtes minces dessinant de grandes mailles irrégulières (*fig.* 5). La coupe équatoriale montre qu'il s'agit d'un *Pliolepidina* à nucléoconque pluricellulaire; je la désignerai comme *Pl. Tobleri*. Les logettes équatoriales paraissent moins franchement arrondies en avant que dans l'espèce précédente.

Fig. 1 et 2. *Isol. pustulosa* B. — Fig. 3 et 4. *Isol. pustulosa* A. — Fig. 5 et 6. *Pliol. Tobleri*.

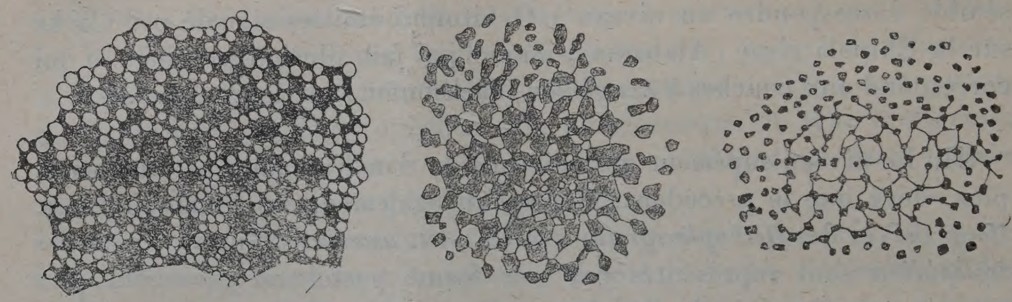


Fig. 1 (gr. 15 fois env.). Fig. 3 (gr. 15 fois env.). Fig. 5 (gr. 15 fois env.).
Coupes parallèles au plan équatorial montrant la disposition des piliers.



Fig. 2 (gr. 20 fois env.). Fig. 4 (gr. 20 fois env.). Fig. 6 (gr. 25 fois env.).
Coupes par le plan équatorial.

L'ensemble de cette petite faune est bien caractérisé; comme je l'ai indiqué précédemment, elle correspondrait à la base du Stampien. Elle a été rencontrée d'abord à Point Bontour; les deux espèces caractéristiques, *Ast. astericus* et *Isol. pustulosa*, ont été retrouvées à Soldado rock, dont le niveau se trouve ainsi oligocène inférieur et non éocène inférieur, comme l'avait pensé M. Bagg (*in* Maury). Elles ont été retrouvées également associées avec des *Pliol. Tobleri*, à Lizard's spring. La roche est ici un peu différente, elle est plus ou moins rubéfiée et présente quelques rares

Nummulites et des *Lithothamnium;* les grains de glauconie y sont assez fréquents. La carrière de Morne diablo, qui a fourni *Isol. pustulosa* et des *Nummulites*, serait encore probablement du même niveau.

IV. Les niveaux plus élevés sont caractérisés par l'apparition des types de l'Eurasie, *Eulepidina* et *Nephrolepidina*, à côté desquels persistent les *Isolepidina;* les déterminations deviennent alors très difficiles quand les échantillons ne sont pas dégagés, puisqu'il faut pour chaque espèce connaître la forme de la nucléoconque. Les Nummulites du type *vascus* persistent à ce niveau, qui doit être attribué au Stampien supérieur.

Il a été reconnu à Head La Lune river (Z. 4) avec *Eul.* cf. *gigantea*, *Nephr.* cf. *marginata*, à Blacksoil river (Z. 7), Petit Pilote (Z. 8) et Mappipire river (Z. 9) avec *Eul. formosa* bien caractérisé et des *Nephrolepidina*, sur le flanc oriental du Kapurridge (Z. 11), où *Eul. formosa* est associé avec *Isolepidina pustulosa*, dans le haut bassin du Lizard's river (*Isolepidina* du type ogival et *Eul.* cf. *dilatata*), à la source de Navett (T.) avec *Isolepidina pustulosa* et *Eul. formosa* et à la partie supérieure des couches de Stone 39 river (T. 5) (*Isolepidina* du type ogival et *Eul.* cf. *dilatata*).

Dans ces couches *Eul. formosa* rappelle tout à fait les formes asiatiques.

V. Un dernier niveau est caractérisé par la disparition des Nummulites et le développement des *Eulepidina* et des *Nephrolepidina;* les *Isolepidina* ne sont plus guère représentés que par le groupe d'*Is. Giraudi.* Je citerai Erin point (Z. 2) avec *Eul. formosa*, *Eul. gigantea*, *Neph.* cf. *marginata*, A et B, et de nombreux *Spiroclypeus*, Cortez trace (Z. 6) (*Eul.* cf. *dilatata*, *Is. Chaperi*, *Is. Giraudi*), Mappipire river, (Z. 10) (*Eul. formosa*, *Nephrolepidina*, *Is.* cf. *Giraudi*). Je considère ce niveau comme Aquitanien.

Le Tableau ci-après (p. 846) résume la succession des couches.

Je vais passer rapidement en revue les diverses localités fossilifères reconnues par le D[r] Tobler (T.) et le D[r] Zyndel (Z.) en suivant l'ordre géographique, d'abord sur le rivage ouest :

San Fernando (T., Z.) : Les couches à Orbitoïdes de Point Bontour forment un anticlinal au milieu des marnes à Globigérines, blanches, grises ou chocolat; le noyau est formé par les couches à *N.* cf. *striatus* et *Orth. varians*, il est enveloppé par des marnes sableuses noirâtres à nodules de *Lithothamnium* avec *N. floridensis*, *Asterodiscus asteriscus*, *Isol. pustulosa*, *Pliol. Tobleri*.

Ile de Farallon (Z.) : sur le prolongement du même anticlinal, grès à *Operculines* avec *N.* cf. *striatus*, *Olig. ovum serpentis*, *Rot. clymenoides*.

Embouchure de l'Aripero (T.) : bloc de calcaire gréseux, Auversien avec *Nummulites* et *Oligopygus* cf. *costulatus*.

Néogène.

Miocène...	Burdigalien....	Couches de Cumana à *Tur. tornata*.
	Aquitanien....	Calc. d'Erin point et de Cortez trace à *Isol. Giraudi*, *Isol.* cf. *Chaperi*, *Eul. formosa*, *Eul. gigantea*, *Nephr.* cf. *marginata*, *Spiroclypeus*.

Éogène.

Oligocène.	Stampien sup..	Calc. supérieur à *Lithothamnium* de l'extrémité orientale de la chaîne méridionale, *Num.* cf. *vascus*, *Isolepidina pustulosa* et *Isol.* du type ogival, *Eulepidina formosa*, *Eul.* cf. *dilatata*.
	Stampien inf...	Couches de San-Fernando, de Soldado et de la chaîne méridionale à *Num. floridensis*, *Asterodiscus asteriscus*, *Isolepidina pustulosa* et *Isol.* du type ogival, *Pliolepidina Tobleri*, *Olygopygus* sp.
Éocène...	Priabonien....	Calc. à *Lithothamnium* inférieur de la chaîne méridionale : *Num. floridensis*, *Asterodiscus stellatus*, *Isolep. supera*, *Pliolepidina*.
	Auversien.....	Poudingue et grès à *Lithothamnium* de Point Bontour et de la chaîne méridionale, grès à Operculines de Farallon : *Num.* cf. *striatus*, *N.* cf. *irregularis*, *Operculina* cf. *ammonea*, *Orthophr. varians*, *O.* cf. *Archiaci*, *Oligopygus* cf. *costulatus*, *Ol. ovum serpentis*, *Rotularia clymenoides*.
	Lutétien.....	Couches à *Cardita densata* (*planicosta* auct.).

Puis sur l'anticlinal du Sud, de l'Ouest à l'Est :

Soldado rock (Z.) : M[lle] Maury signale dans la couche 2, *Vener. planicosta* et M. Bagg attribue la couche 6 à l'Éocène inférieur, en réalité elle renferme la faune de la couche supérieure de Point Bontour, *Asterodiscus asteriscus*, *Isol. pustulosa* et en outre *Oligopygus* sp.

Galfa point (Z. 1) : Poudingue à fragments de *Lithothamnium* avec *Orthophragmina* et *Nummulites* (Auversien).

Erin point (Z. 2) : Calcaires gris cendré avec *Lithothamnium*, *Eulep. formosa*, *E. gigantea*, *Nephr.* cf. *marginata* A et B, *Spiroclypeus*.

Morne Diablo (carrière) (T. 3, Z. 3) : Calcaire blanc à *Lithothamnium* avec *Nummulites* et *Isol. pustulosa*.

Head of la Lune river (Z. 4) : Calcaire jaunâtre à *Lithothamnium* avec *N.* cf. *vascus*, *Eul.* cf. *gigantea*, *Nephr.* cf. *marginata*.

Head of Mariquita branch (Z. 5) : Échantillons dégagés d'*Eul. formosa* et d'*E.* cf. *dilatata*.

Cortez trace (Z. 6) : Calcaire à *Lithothamnium* avec *Eul.* cf. *dilatata* et *Isolepidina* cf. *Giraudi*.

Black soil river (Z. 7) : Calcaire à *Lithothamnium* avec *Nummulites* et *Eul.* cf. *dilatata*.

Petit Pilote river (Z. 8) : Calcaire gréseux grisâtre à *Lithothamnium; Nummulites*, *Eul. formosa*, *Nephrolepidina*.

Mappipire river, South (Z. 9, 10) : Roche brune décomposée avec grains de glauconie : *Lithothamnium*, *Nummulites*, *Eul. formosa*, *Nephrol.* cf. *prœmarginata*.

Kapur ridge, east side (Z. 11) : Au sommet, calcaire à *Lithothamnium*, avec *Nummulites*, *Eul. dilatata*, *Eul. formosa*, *Nephr.? prœmarginata*, — à la base grès grossier glauconieux à *Num. vascus*, *Isol.* cf. *pustulosa*, *Eul. formosa*.

A l'extrémité orientale de la chaîne méridionale, dans les hauts bassins du Lizard (T. 4, Z. 18 à 23), du Stone 39 river (T. 5, Z. 30 à 32) et du Navett (T., Z. 25 à 28), la succession paraît partout à peu près la même : au sommet, des calcaires à *Lithothamnium* où l'on peut distinguer plusieurs niveaux caractérisés de haut en bas pour les faunes suivantes :

(Z. 22, 25) : *Isolepidina* cf. *Chaperi*, formes de passage à *Eulepidina*, avec ou sans *Nummulites*.

(T. 5, Z. 21) : *Nummulites*, *Isolepidina* du type ogival, *Eulep.* cf. *dilatata*.

(Z. 28) : *Num. vascus*, *N. floridensis*, *Isol. pustulosa*, *Pliol. Tobleri*.

(T. 5) : *Num. floridensis*, *Asterodiscus stellatus*, *Isol. supera*, *Pliol. Tobleri*.

Au-dessous affleurent sur presque tous les points les petits poudingues et les grès de l'Auversien avec fragments de *Lithothamnium*, *Num.* cf. *striatus*, *N.* cf. *irregularis* et *Orthophragmina* (T. 4, Z. 23, 27 à 32).

Le Prince **Bonaparte** fait hommage à l'Académie du troisième fascicule de l'Ouvrage qu'il publie sous le titre de *Notes ptéridologiques* et dans lequel il étudie et décrit les collections de Fougères qu'on veut bien lui offrir pour ses herbiers, ou seulement lui communiquer à fin de détermination.

Dans le présent fascicule, entièrement consacré à l'île de Java, l'auteur donne les résultats de l'examen de deux importantes collections, récoltées dans cette île, et les déterminations des 99 espèces et des 13 variétés qu'elles renferment.

PHYSIOLOGIE. — *Des avantages au point de vue hygiénique, économique et social d'un changement dans le nombre, l'horaire et l'importance des repas.* Note de M. **J. Bergonié**.

Les horaires de la vie et des habitudes sociales doivent être scientifiquement étudiés, afin d'arriver à la fois à un plus grand bien-être et à un meilleur rendement en travail productif. D'autre part, cette époque-ci est propice à des modifications profondes qu'on n'aurait pu tenter en temps normal, parce que l'utilité des économies ou d'un meilleur rendement se fait sentir davantage et parce que les préjugés et la routine sont moins défendus.

A la suite d'études théoriques et expérimentales sur la répartition rationnelle des repas dans le cycle nycthéméral, dont j'ai communiqué certains résultats à l'Académie [1], je me suis demandé si le temps employé par les travailleurs du commerce et de l'industrie pour les allées et venues que nécessite le repas du milieu du jour et pour ce repas lui-même ne pouvait pas être mieux utilisé, autant dans leur intérêt propre que dans celui de leurs patrons.

Pour en décider, la question primordiale à résoudre est une question physiologique : celle d'une répartition adéquate de la ration alimentaire de ces travailleurs entre deux repas, pris l'un avant leur rentrée dans les ateliers ou bureaux, l'autre après leur sortie.

Le tracé de la courbe de la variation des dépenses d'un homme normal en calories à chaque instant, de minuit à minuit, m'avait permis de conclure qu'au point de vue physiologique le repas du milieu du jour est irrationnel, parce qu'il est pris, approvisionnement maximum d'énergie, peu de temps avant que cette courbe de nos besoins de cette même énergie atteigne l'un de ces minima [2], et trop tard après la période dangereuse de déficit énergétique, souvent conseillère d'alcool, qui suit le si insuffisant premier déjeuner du matin.

Irrationnel encore, le gros dîner du soir entre 19^h et 21^h, parce que ne correspondant, sauf pour les travailleurs nocturnes, à aucune demande prochaine d'énergie. D'où, par le fait de cet approvisionnement nutritif à contre-temps et comme conséquences : un repos incomplet, des intoxica-

---

(1) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 961 et 1079.
(2) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 962.

tions alimentaires, une surcharge du foie, des surpressions dangereuses (heure nocturne de l'hémorragie cérébrale), etc.

Pour être d'accord avec l'horaire de nos besoins de chaleur et de travail mécanique (pour être en *phase*, comme disent les électriciens), les provisions d'énergie par l'alimentation doivent se faire, le matin, vers $7^h 30^m$, sous forme d'un repas principal, riche de 1500^{cal} à 2000^{cal}, et le soir vers 18^h par un repas secondaire de 1000^{cal} à 1200^{cal} (1).

En dehors de la variation des heures des repas aux diverses époques et chez les divers peuples, une expérience de près de 10 ans m'a démontré qu'en même temps que rationnel il était simple et facile d'adapter notre organisme à cette modification d'heure et d'importance des repas et qu'il en résultait des avantages considérables pour la santé.

Si l'on fait choix de la saison chaude pour adopter ce nouvel horaire et cette nouvelle répartition de la ration alimentaire, saison pendant laquelle la valeur énergétique de cette ration est minima, et si l'on s'astreint à faire, entre 18^h et 19^h, un dîner léger, il suffit de quelques jours pour avoir faim le matin, 1 à 2 heures après le lever, et n'avoir, à midi, que de la répulsion pour les aliments. On constate de plus que la durée de la traversée de l'intestin s'augmente et que le rendement digestif s'accroît.

Bien que d'autres questions subsidiaires soient pratiquement et prudemment à l'étude, telle que celle de la continuité du travail pendant 8 heures, il n'en est pas moins vrai que rien ne s'oppose physiologiquement à ce que la journée de travail de 8 heures, limitée entre 9^h et 17^h, par exemple, s'écoule tout entière sans repas intercalaire, laissant ainsi *seize heures consécutives* de liberté à l'ouvrier et à l'employé.

Quelques-uns des avantages de cette réforme sociale seraient :

Un plus complet et plus long repos ;

Une grosse économie dans les transports en commun, les repas pris hors du domicile, l'usure des vêtements, etc. ;

La possibilité de logements extra-urbains pour les travailleurs ;

Une aide efficace à la lutte contre l'alcoolisme ;

La facilité d'une instruction complémentaire théorique pour l'ouvrier et surtout pour l'apprenti ;

Des heures moins anormales pour les réunions corporatives ou autres ;

---

(1) *Essai sur la répartition rationnelle de l'alimentation de l'homme* (*Revue scientifique*, 27 avril et 1er mai 1915, p. 138).

L'organisation possible de consultations médicales en fin de journée, sans perte de salaire ;

La diminution sensible, par cessation et reprise du travail, de pertes de temps, d'erreurs, de malfaçons, etc. ;

Une vie de famille plus complète et moins hachée, etc.

CORRESPONDANCE.

M. **George-E. Hale** adresse l'expression de ses sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *G. Darboux*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La vida de un sabio ùtil :* Ferran, par Marcos-Jesus Bertran.

2° British antarctic Expedition 1907-9 under the command of sir E.-H. Shackleton. *Reports on the scientific Investigations : Geology*, vol. II. *Contribution to the Palæontology and Petrology of South Victoria Land.*

3° *Catalogues and measures of double stars*, by Robert Jonckheere. (Présenté par M. B. Baillaud.)

4° F. Schrader. *Essai sur la représentation topographique des roches.* (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

MM. **E. Leclainche, C. Moussu, H. Vallée** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Économie rurale, par le décès de M. *Chauveau*.

M. **Maurice Leblanc** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section des Académiciens libres, par le décès de M. *Landouzy*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales multiples des variétés algébriques*. Note de M. S. Lefschetz.

1. Soit $F(x, y, z, t) = 0$ l'équation d'une variété algébrique, irréductible, à trois dimensions, à singularités ordinaires F, et considérons les inté-

grales

$$J = \iiint \frac{P(x, y, z, t)}{F'_t} dx\, dy\, dz, \qquad J_z = \iint \frac{P(x, y, z, t)}{F'_t} dx\, dy$$

(P, polynome adjoint),

respectivement relatives à F, et à ses sections hyperplanes $z =$ const., ou H_z. D'après M. Picard une période quelconque $\pi(z)$ de J_z est de la forme

$$\pi(z) = \sum m_i \int_b^{b_i} \Omega_i(y, z)\, dz,$$

les notations étant à peu près les mêmes que dans son *Traité des fonctions algébriques de deux variables*. Soient $z = c$ un hyperplan tangent à F, A son point de contact, et supposons que $b_i = b_k$, pour $z = c$. En remarquant qu'une section plane voisine de A n'a en général que deux points de ramification voisins de ce point, on voit que $\Omega_i = \Omega_k$ pour z voisin de c. On en conclut, par des considérations classiques de lacets, que quand z tourne autour de c tout se passe comme si m_i et m_k étaient permutés, sans que les chemins d'intégration pour les intégrales dans l'expression de $\pi(z)$ le soient. Donc π est algébrique au voisinage de c. Comme elle a au plus $n!$ valeurs (n classe de H_z), qu'elle est régulière à l'infini, cette fonction est algébrique en z. Ainsi :

Toutes les périodes de l'intégrale double J_z *sont algébriques en* z.

M. Picard avait démontré jadis (*Comptes rendus*, t. 134, 1902, p. 169) que ces périodes satisfont à une équation différentielle linéaire du type régulier. On voit que l'intégrale générale de cette équation doit être algébrique.

2. Les cycles à trois dimensions de la variété F se partagent en deux catégories : 1° ceux engendrés par des cycles à deux dimensions de H_z quand z décrit un chemin fermé convenable, ou réductibles à des cycles de cette nature; 2° ceux qui ne peuvent être obtenus ainsi. Les premiers sont les *cycles effectifs*. Soient R'_3 le nombre de ces cycles, $1 + R_i$ la connexion à i dimensions de F, $1 + r_i$ celle de H_z, ou si l'on veut d'une section hyperplane arbitraire H de F, si les axes sont arbitraires. On a d'ailleurs $R_i = R_{6-i}$, $r_i = r_{4-i}$, $R_1 = r_1$.

Le théorème que nous venons de démontrer permet de ramener l'étude des périodes de l'intégrale triple J, par rapport aux cycles effectifs, à celle des périodes d'une intégrale abélienne convenable. On montre aisément qu'en défalquant du nombre de ces périodes celui des résidus à l'infini, on

obtient ainsi R'_3. On en déduit alors la formule

$$R'_3 = I_3 + 2R_2 - 3R_1 - 4,$$

où I_3 est l'invariant de Zeuthen-Segre. En comparant avec une formule donnée par M. Alexander (*Rendiconti dei Lincei*, août 1914), ceci donne $R'_3 = R_3 - R_1$. Effectivement on peut montrer qu'il y a R_1 cycles à trois dimensions non effectifs, traces des cycles à cinq dimensions sur une surface H arbitraire. Les périodes de J par rapport à ces cycles sont nulles. Ainsi J *n'a que des périodes par rapport aux cycles effectifs*.

3. Passons à la considération des *intégrales de deuxième espèce*. Il est commode d'adopter pour elles la définition suivante : Une intégrale triple J sera dite de deuxième espèce si, A étant une quelconque de ses surfaces d'infini, il existe une intégrale

$$(1) \qquad \iiint \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) dx\, dy\, dz$$

(U, V, W, fonctions rationnelles),

telle que la différence entre les deux soit finie au voisinage d'un point quelconque de A. Les intégrales (1) sont les intégrales *impropres* de deuxième espèce, les autres étant les intégrales *propres* de même espèce. Ces intégrales peuvent avoir des résidus par rapport à leurs surfaces d'infini, mais non par rapport à leurs courbes d'intersection.

Considérons maintenant un système linéaire $|E|$ de surfaces, ∞^4 au moins, à courbe caractéristique irréductible, et tel que nul point de F ne soit multiple pour toute E qui y passe. En se servant des propriétés de certains cycles à deux dimensions que j'ai considérés récemment (*Rendiconti dei Lincei*, fév. 1917), on montre que *le nombre* ρ *de* kE *est égal à celui de* F, pourvu que l'entier k soit supérieur à une certaine limite. Dans les mêmes conditions, et en se basant en partie sur cette propriété, on ramène toute intégrale de deuxième espèce à une autre, à résidus nuls, et à une seule surface d'infini générale dans $|kE|$. Il en résulte l'*invariance* des intégrales propres de deuxième espèce pour toute transformation birationnelle de F en une autre variété à singularités ordinaires.

D'après ce que l'on vient de voir, il suffit d'étudier les intégrales à une seule surface d'infini kE. Voyons d'abord celles qui sont impropres de seconde espèce. Soit

$$(2) \qquad \iiint R(x, y, z, t)\, dx\, dy\, dz = \iiint \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) dx\, dy\, dz$$

l'une d'elles. Posons, avec M. Picard,

$$R = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}$$

et considérons l'intégrale double de différentielles totales

$$(3) \qquad \iint U\,dy\,dz + V\,dz\,dx + (W - \varepsilon)\,dx\,dy.$$

Pour que les périodes de (2) *soient nulles, il faut et il suffit que les résidus polaires de* (3) *soient aussi ceux d'une intégrale double de différentielles totales*

$$(4) \qquad \iint H\,dy\,dz + K\,dz\,dx + L\,dx\,dy \qquad (H, K, L \text{ rationnelles}).$$

Ceci se démontre en mettant sous une forme spéciale les intégrales à une seule surface d'infini kE, à périodes nulles.

Le nombre λ d'intégrales (2) sans intégrale (4) correspondante est un invariant numérique de F, analogue à l'invariant ρ de M. Picard, et comme lui capable d'une interprétation transcendante, bien entendu à l'aide des intégrales doubles de différentielles totales, et non plus des intégrales simples. On trouve enfin facilement, pour le nombre ρ_0 d'intégrales propres de deuxième espèce, la formule fondamentale

$$\rho_0 = I_3 + 2R_2 - 3R_1 - 4 - \lambda,$$

formule tout à fait semblable à celle de M. Picard dans la théorie des intégrales doubles de surfaces algébriques.

On peut obtenir des résultats tout à fait analogues à ceux de cette Note dans le cas des variétés à un nombre quelconque de dimensions.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les généralisations de la méthode de Walter Ritz.* Note [1] de M. NICOLAS KRYLOFF.

Vu l'importance de la méthode proposée par l'illustre physicien suisse, il y a intérêt à l'appliquer à un système mécanique ayant un nombre fini de degrés de liberté.

Dans le cas où le degré de liberté est égal à n, en admettant que le potentiel soit une forme quadratique et homogène, on aboutit au système suivant des équations différentielles :

$$(1) \quad \frac{d^2 x_i}{dt^2} - A_{i1}x_1 - A_{i2}x_2 - A_{i3}x_3 - \ldots - A_{in}x_n = f_i \qquad (\text{où } i = 1, 2, 3, \ldots, n;\ A_{ik} = A_{ki});$$

[1] Séance du 21 mai 1917.

qu'il s'agit d'intégrer, ayant égard aux conditions frontières

(2) $$x_i(a) = x_i(b) = 0 \qquad (\text{pour } i = 1, 2, 3, \ldots, n).$$

On envisagera l'intégrale

(3) $$\mathrm{I} = \int_a^b \left\{ \frac{1}{2} \sum_1^n \left[\frac{dx_i}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} [\mathrm{A}_{11} x_1^2 + 2\mathrm{A}_{12} x_1 x_2 + \mathrm{A}_{22} x_2^2 + \ldots + \mathrm{A}_{l1} x_1^2 + 2\mathrm{A}_{l2} x_1 x_2 + \ldots] + \sum f_i x_i \right\} dt,$$

dont la première variation s'annule en vertu de (1), (2); pour trouver les fonctions x_i, qui *minimisent* I, on trouve les conditions

(4) $$\frac{d\mathrm{I}_m}{du_{i_n}} = \int_a^b \left(\frac{dx_{im}}{dt} \frac{d\psi_k}{dt} + \left[\sum_{l=i1}^n \mathrm{A}_{il} x_{lm} + f_i \right] \psi_k \right) dt = 0,$$

où I_m est le résultat de la substitution dans I des séries finies $x_{im} = \sum_{k=1}^m a_{ik} \psi_k$; par l'introduction des nombres arbitraires α_{ik}, le systèm e (4) peut être présenté sous la forme utile pour la suite

(5) $$\int_a^b \left\{ \frac{dx_{im}}{dt} \frac{d\mathrm{X}_{im}}{dt} + \left[\sum_{l=1}^n \mathrm{A}_{il} x_{lm} + f_i \right] \mathrm{X}_{im} \right\} dt = 0,$$

où $\mathrm{X}_{im} = \sum_{k=1}^m \alpha_{ik} \psi_k$.

Cela acquis, posons $y_i = x_{im+n} - x_{im}$ et formons la différence de deux valeurs non minimisées de I; la combinaison de l'expression ainsi obtenue avec les équations (5), prises pour la valeur de l'index égale à $(m+n)$, donne pour $\mathrm{I}_{m+n} - \mathrm{I}_m$ l'expression suivante, où l'on a ainsi pris en considération les conditions de minimum,

(6) $$\mathrm{I}^0_{m+n} - \mathrm{I}^0_m = -\int_a^b \left\{ \frac{1}{2} \sum \left[\frac{d(x_{im+n} - x_{im})}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} [\mathrm{A}_{11}(x_{1m+n} - x_{1m})^2 + 2\mathrm{A}_{12}(x_{1(m+n)} - x_{1m})(x_{2(m+n)} - x_{2m}) + \ldots] \right\} dt,$$

car, vu l'indétermination des coefficients α_{ik}, on a pu évidemment poser

$$\mathrm{X}_{i(m+n)} = y_i.$$

Si l'on démontre à présent que les I possèdent la borne inférieure, on en

conclut, au moyen de la relation (6), que $|I^0_{m+n} - I^0_m| < \varepsilon$, où ε est arbitrairement petit; par conséquent

$$\int_a^b \left[\frac{d(x_{i(m+n)} - x_{im})}{dt}\right]^2 dt < \varepsilon,$$

d'où l'on aboutit à la conclusion que les x_{im} convergent uniformément vers certaines fonctions continues x_i.

Pour prouver l'existence de la borne inférieure de I, quand aux x_i on substitue les fonctions vérifiant les conditions de continuité et les conditions aux frontières, il n'y a qu'à partir d'un système $x_i^{(1)}$ des intégrales des équations différentielles données, certainement existantes, et poser

$$x_i = x_i^{(1)} + x_i^{(2)},$$

d'où

$$(7) \qquad x_i^{(1)}(a) = -x_i^{(2)}(a), \qquad x_i^{(1)}(b) = -x_i^{(2)}(b),$$

vu les conditions frontières imposées aux x_i; le résultat de la substitution, au moyen de l'intégration par parties, prend la forme suivante :

$$(8) \quad \begin{aligned} \mathrm{I} = & \int_a^b \left\{ \frac{1}{2} \sum \left[\frac{dx_i^{(1)}}{dt}\right]^2 + \frac{1}{2} [\mathrm{A}_{11} x_1^{(1)2} + \mathrm{A}_{12} x_1^{(1)} x_2^{(1)} + \ldots] + \sum f_i x_i^{(1)} \right\} dt \\ & + \int_a^b \left\{ \frac{1}{2} \sum \left[\frac{dx_i^{(2)}}{dt}\right]^2 + \frac{1}{2} [\mathrm{A}_{11} x_1^{(2)2} + \mathrm{A}_{12} x_1^{(2)} x_2^{(2)} + \ldots] \right\} dt \\ & + \int_a^b \sum x_i^{(2)} \left[-\frac{d^2 x_i^{(1)}}{dt^2} + \mathrm{A}_{i1} x_1^{(1)} + \mathrm{A}_{i2} x_2^{(1)} + \ldots + f_i \right] dt + \sum \left[x_i^{(2)} \frac{dx_i^{(1)}}{dt} \right]_b^a, \end{aligned}$$

qui peut s'écrire

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 + \int_a^b \left\{ \frac{1}{2} \sum \left[\frac{dx_i^{(2)}}{dt}\right]^2 + \frac{1}{2} [\mathrm{A}_{11} x_1^{(2)2} + \mathrm{A}_{12} x_1^{(2)} x_2^{(2)} + \ldots] \right\} dt,$$

où I_0 est connu; vu le signe de la forme sous le signe de l'intégrale, cela prouve que $\mathrm{I} \geqq \mathrm{I}_0$, c'est-à-dire l'existence de la borne inférieure. Pour établir l'existence des dérivées de ces fonctions limites x_i et pour trouver les équations différentielles qu'elles vérifient, il n'y a qu'à intégrer par parties les équations (5), ce qui donne

$$(9) \quad \begin{aligned} & \int_a^b \left\{ -x_{im} + \left[\int_a^t \int_a^t \left(\sum_{l=1}^n \mathrm{A}_{il} x_{lm} + f_i \right) dt^2 \right] \right\} \frac{d^2 \mathrm{X}_{im}}{dt^2} dt \\ & \qquad - \left[\int_a^t \int_a^t \left(\sum_{l=1}^n \mathrm{A}_{il} x_{lm} + f_i \right) dt^2 \right]_{t=b} \left[\frac{d\mathrm{X}_{im}}{dt} \right]_{t=b} = 0, \end{aligned}$$

et choisir les coefficients arbitraires α_{ik} de façon que

$$\lim_{m=\infty} X_{im} = X_i, \qquad \lim_{m=\infty} \frac{dX_{im}}{dt} = \frac{dX_i}{dt}, \qquad \lim_{m=\infty} \frac{d^2 X_{im}}{dt^2} = \frac{d^2 X_i}{dt^2},$$

où les X_i, tout en étant arbitraires, possèdent les deux premières dérivées et s'évanouissent avec leurs premières dérivées aux points frontières. En passant à la limite, dans la formule (9), on a

$$\int_a^b \left[-x_i + \int_a^t \int_a^t \left(\sum_1^n A_{il} x_l + f_i \right) dt^2 \right] \frac{d^2 X_i}{dt^2} dt = 0,$$

d'où l'on conclut aisément

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} - \sum_{l=1}^{n} A_{il} x_l = f_i.$$

Dans un travail plus étendu qui paraîtra ailleurs, nous avons établi que la méthode de Ritz s'applique aussi avec succès à la recherche effective, dans certains cas, des solutions des équations intégro-différentielles, aux dérivées ordinaires et des équations intégrales de la première et de la deuxième espèce, en attirant l'attention sur les simplifications qui se produisent quand les fonctions, suivant lesquelles on développe la solution cherchée, sont les fonctions *singulières* correspondant au problème; dans le travail susdit, il a été démontré aussi qu'en mettant en jeu l'appareil analytique de Ritz, on aboutit à la limite, dans les recherches des solutions *singulières* des équations intégrales et des équations différentielles, à un système linéaire d'équations en nombre infini, dont le déterminant *converge absolument*, et auquel, par conséquent, s'appliquent les résultats de M. Koch; la recherche des solutions des équations intégrales et différentielles non homogènes a été aussi traitée par la méthode des déterminants infinis.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la formation d'équations intégrales admettant les fonctions hypersphériques comme solutions fondamentales.* Note de M. J. **Kampé de Fériet**, présentée par M. P. Appell.

Pour étudier le développement d'une fonction arbitraire $F(x_1, \ldots, x_p)$ en série de fonctions hypersphériques [1]

$$U^{(s)}_{m_1,\ldots,m_p}(x_1, \ldots, x_p) \quad \text{ou} \quad V^{(s)}_{m_1,\ldots,m_p}(x_1, \ldots, x_p),$$

---

[1] Pour les notations, cf. *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 912 et 1392, ou ma Thèse *Sur les fonctions hypersphériques*, Paris, 1915.

il peut être utile de considérer celles-ci comme les solutions fondamentales d'une équation intégrale; c'est ce que j'ai fait dans une Note (¹) précédente, où j'ai donné un noyau de Fredholm, obtenu en généralisant une méthode de D. Hilbert. Cette méthode ne conduisant d'ailleurs qu'à cet unique noyau, il me paraît intéressant d'indiquer un procédé permettant de former sans peine un grand nombre de noyaux nouveaux.

En me bornant ici, pour plus de simplicité, au cas d'une seule variable, je rappelle que les polynomes $U_n^{(s)}(x)$ sont définis par

$$(1-2ax+a^2)^{-\frac{s}{2}} = \Sigma a^n U_n^{(s)}(x) \qquad (s = \text{entier positif}).$$

On sait que l'intégrale

$$\int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{s-1}{2}} U_m^{(s)}(x) U_n^{(s)}(x)\, dx$$

n'est différente de zéro que si $m = n$. Donc, si $K(x, y)$ désigne une fonction représentée dans le domaine $(-1 \leqq x, y \leqq +1)$ par le développement

$$K(x, y) = \Sigma \alpha_n U_n^{(s)}(x) U_n^{(s)}(y),$$

il est clair que $U_n^{(s)}(x)$ est une solution fondamentale de l'équation intégrale

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^{+1} (1-y^2)^{\frac{s-1}{2}} K(x, y) \varphi(y)\, dy.$$

Ceci étant, la remarque suivante permet de former aisément des fonctions telles que $K(x, y)$:

Soit $F(x)$ *une fonction représentée, dans l'intervalle* $(-1 \leqq x \leqq +1)$, *par la série uniformément convergente*

$$F(x) = \Sigma A_n U_n^{(s)}(x), \tag{1}$$

la fonction

$$K(x, y) = \int_0^\pi F\left[xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}\cos\omega\right] \sin^{s-1}\omega\, d\omega \tag{2}$$

admet, dans le domaine $(-1 \leqq x, y \leqq +1)$, *le développement*

$$K(x, y) = 2^{s-1}\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right) \Sigma A_n \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+s)} U_n^{(s)}(x) U_n^{(s)}(y). \tag{3}$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 747.

Cette proposition se démontre en remplaçant F par la série (1) dans l'intégrale (2) et en s'appuyant sur la formule connue

$$\int_0^\pi \mathrm{U}_n^{(s)}\left[xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}\cos\omega\right]\sin^{s-1}\omega\, d\omega = 2^{s-1}\,\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right)\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+s)}\mathrm{U}_n^{(s)}(x)\,\mathrm{U}_n^{(s)}(y).$$

Appliquons ceci à quelques exemples :

1° Soient les trois fonctions

$$\mathrm{F}_1(x) = (1 - 2ax + a^2)^{-\frac{s}{2}}, \qquad \mathrm{F}_2(x) = e^{iax}, \qquad \mathrm{F}_3(x) = (b - x)^{-s} \qquad (a < 1;\ b > 1)$$

pour lesquelles respectivement [1]

$$\mathrm{A}_n^{(1)} = a^n, \qquad \mathrm{A}_n^{(2)} = \left(\frac{a}{2}\right)^{-\frac{s}{2}}\Gamma\left(\frac{s}{2}\right) i^n\left(n + \frac{s}{2}\right)\mathrm{J}_{n+\frac{s}{2}}(a), \qquad \mathrm{A}_n^{(3)} = (2n + s)\,\mathrm{Q}_n^{(s)}(b).$$

L'intégrale (2) s'exprime par des transcendantes classiques et conduit (en posant $x = \cos\theta$, $y = \cos\varphi$) aux résultats suivants :

$$\begin{aligned}
\mathrm{K}_1 &= [1 - 2a\cos(\theta+\varphi) + a^2]^{-\frac{s}{2}}\,\mathrm{F}\left[\frac{s}{2}, \frac{s}{2}, s, \frac{4a\sin\theta\sin\varphi}{1 - 2a\cos(\theta+\varphi) + a^2}\right] \\
&= \Sigma a^n \frac{\Gamma(s)\,\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+s)}\mathrm{U}_n^{(s)}(\cos\theta)\,\mathrm{U}_n^{(s)}(\cos\varphi),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{K}_2 &= \sqrt{\frac{\pi a}{2}}(\sin\theta\sin\varphi)^{\frac{1-s}{2}} e^{ia\cos\theta\cos\varphi}\,\mathrm{J}_{\frac{s-1}{2}}[a\sin\theta\sin\varphi] \\
&= 2^{s-2}\,\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right)\Sigma\, i^n(2n+s)\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+s)}\mathrm{J}_{n+\frac{s}{2}}(a)\,\mathrm{U}_n^{(s)}(\cos\theta)\,\mathrm{U}_n^{(s)}(\cos\varphi).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{K}_3 &= [b - \cos(\theta+\varphi)]^{-\frac{s}{2}}[b - \cos(\theta-\varphi)]^{-\frac{s}{2}} \\
&= \Sigma(2n+s)\frac{\Gamma(n+1)\,\Gamma(s)}{\Gamma(n+s)}\mathrm{Q}_n^{(s)}(b)\,\mathrm{U}_n^{(s)}(\cos\theta)\,\mathrm{U}_n^{(s)}(\cos\varphi).
\end{aligned}$$

2° La fonction

$$\pi\,\mathrm{F}_4(x) = \mathrm{Log}\frac{2}{1-x} = 1 + \sum_1^\infty \frac{2n+1}{n(n+1)}\mathrm{X}_n(x)$$

conduit pour les polynomes de Legendre $\mathrm{X}_n = \mathrm{U}_n^{(1)}$ à un noyau classique [2]; en effet, l'intégrale (2), qui admet ici le développement

$$\mathrm{K}_4(x, y) = 1 + \sum_1 \frac{2n+1}{n(n+1)}\mathrm{X}_n(x)\,\mathrm{X}_n(y),$$

---

(1) $\mathrm{Q}_n^{(s)}(b)$ désigne, comme d'habitude, la fonction de deuxième espèce.

(2) Cf. Ed. Goursat, *Cours d'Analyse mathématique*, t. III, 1914, p. 539.

se ramène à une intégrale calculée par Poisson et a pour expression

$$K_4(x, y) = \text{Log}\frac{2}{1+x}\frac{2}{1-y} \qquad \text{pour} \qquad -1 \leqq y \leqq x \leqq +1,$$

$$K_4(x, y) = \text{Log}\frac{2}{1-x}\frac{2}{1+y} \qquad \text{pour} \qquad -1 \leqq x \leqq y \leqq +1.$$

GÉOGRAPHIE. — *Sur une Carte du Massif de Gavarnie et du Mont-Perdu.* Note de M. F. SCHRADER, présentée par M. Ch. Lallemand.

La Carte de la région de Gavarnie et du Mont-Perdu, levée par moi et dessinée à l'échelle du $\frac{1}{20000}$, est, par son origine, le premier en date de mes travaux d'orographie pyrénéenne. Par sa réalisation, et lorsque les parties encore inachevées seront venues s'y joindre, elle sera vraisemblablement la dernière de mes cartes de haute montagne.

Mes essais, vieux de plus de 45 ans, d'une représentation au $\frac{1}{20000}$ du cirque de Gavarnie et des montagnes voisines seraient probablement demeurés dans l'oubli où je les avais laissé tomber pour les remplacer par des cartes d'échelles plus modestes, sans l'impulsion donnée aux levés de haute montagne par le groupe de topographes alpinistes qui ont fondé, depuis quelques années déjà, la Commission de Topographie du Club alpin français; parmi eux je dois d'abord citer mes amis Henri et Joseph Vallot, Paul Helbronner, le capitaine Maury, etc. Les beaux travaux des premiers dans les Alpes sont connus de l'Académie; le dernier, en collaboration avec M. l'ingénieur Eydoux, avait depuis plusieurs années formé le projet de grouper un certain nombre d'explorateurs des Pyrénées et de préparer sur des données vraiment scientifiques, avec l'approbation et l'aide bienveillante du Service géographique de l'Armée, les bases d'une carte au $\frac{1}{20000}$ d'une partie de la frontière franco-espagnole, en se réservant l'homologation des résultats partiels, appuyés sur la triangulation géodésique révisée et complétée. Pour ce travail de base, le Service géographique mettait généreusement à leur disposition les résultats des calculs des géodésiens officiels. Ce travail a été commencé, et se poursuivra vraisemblablement après la fin de la guerre. Ce n'est pas à moi qu'il appartient d'en parler plus longuement. Je dois cependant mentionner que l'éditeur, M. H. Barrère, y prend part également comme collaborateur.

Par une circonstance singulière, non seulement l'échelle de la Carte projetée était celle du $\frac{1}{20000}$, envisagée par moi dès 1872, mais la région de Gavarnie et du Mont-Perdu paraissait aux initiateurs de l'œuvre nouvelle devoir être éliminée du programme de leur travail futur, à cause des difficultés, plus apparentes que réelles, de son étude orographique. C'est ainsi que, sur les conseils de mes amis topographes et alpinistes, je fus amené à revenir sur le terrain de mes premières recherches. L'œuvre que

je présente aujourd'hui a été publiée à la veille même de la mobilisation (31 juillet 1914). Deux régions encore inachevées, le Cirque de Troumouse et la Vallée d'Arazas, paraîtront, si mes espérances se réalisent, dès que le retour de la paix me permettra la reprise des études sur le terrain.

Aux signaux de premier ordre, intangibles, du réseau géodésique français, et à quelques autres points de deuxième et troisième ordre, j'ai ajouté un réseau complémentaire de points moins importants, observés au théodolite; sur cet ensemble a été établie la triangulation générale de la Carte, en liaison avec le canevas du projet de carte de MM. Maury et Eydoux, préparé avec la collaboration de M. H. Vallot.

J'ai rencontré, au cours de mon travail, la plus grande bienveillance de la part du Service géographique de l'Armée, et je tiens à lui en exprimer ma gratitude.

Indépendamment de l'emploi du théodolite pour le réseau fondamental, j'ai surtout employé, pour la construction de ma topographie, l'orographe dont je me suis toujours servi dans mes travaux pyrénéens, la règle à éclimètre du colonel Goulier, avec les légères modifications que j'y ai apportées pour l'étude des montagnes, et enfin la restitution photographique. Les points déterminés dans les vallées et les tracés de route ont été reliés à la topographie enveloppante, par des itinéraires déclinés. C'est dans cette partie du travail que se sont rencontrées les différences les plus notables entre l'ancien et le nouveau figuré du terrain.

Grâce à la bienveillance du Service du Nivellement général de la France, les résultats les plus récents des opérations de ce Service m'ont été fréquemment communiqués, dès l'achèvement des calculs, et en certains points les agents du Service ont été autorisés à pousser leur travail jusqu'à mes diverses stations, donnant à celles-ci toute la précision désirable. J'en témoigne ici ma sincère reconnaissance.

Pour une carte à l'échelle du $\frac{1}{20000}$, l'expression du terrain ne pouvait reposer que sur l'emploi des courbes de niveau. Ces courbes, espacées de 20^{m}, s'interrompent cependant à la rencontre des parties rocheuses escarpées, si fréquentes dans ce massif calcaire où les murs absolument verticaux forment un des traits dominants du paysage. Pour exprimer les formes de ces escarpements et définir leur expression topographique en même temps que géologique, j'ai suivi les principes exposés dans mon *Essai sur la représentation topographique du Rocher*, publié en 1911 par la Commission de Topographie du Club alpin français. J'espère avoir ainsi apporté quelque perfectionnement dans la représentation de cette partie

délicate de la topographie des régions montagneuses, qui, jusqu'à présent, de l'avis d'un juge aussi autorisé que le général Berthaut, dans sa *Topologie*, avait été considérée comme la plus difficile à représenter suivant des principes vraiment scientifiques.

Le degré de précision des cotes d'altitude varie nécessairement avec la valeur des moyens employés pour les obtenir. Celles obtenues au moyen d'observations faites au théodolite ont été considérées, après un examen critique, comme ayant une valeur prédominante et en quelque sorte directrice pour le reste du travail. Les altitudes déduites des observations à l'orographe, à la règle à éclimètre Goulier ou provenant de restitutions photographiques, bien que donnant le plus souvent des valeurs très approchées de celles résultant du théodolite, ont été considérées comme de valeur secondaire et nécessairement subordonnées aux premières, partout où elles entraient dans la détermination des mêmes points. Il va sans dire que, étant donnée la méthode suivie pour la construction de la Carte, aucune cote d'altitude n'a été empruntée à la Carte au $\frac{1}{80000}$.

Un grand nombre des nouvelles cotes s'appliquant à des points notables, donnent des résultats très rapprochés de ceux de la Carte au $\frac{1}{80000}$, ou même identiques, mais n'en sont pas moins le résultat d'observations et de calculs indépendants.

Enfin la détermination des noms marqués sur la Carte a été faite après une discussion des diverses formes générales ou locales avec les sociétés ou groupements les plus autorisés en matière de Toponymie, de façon à obtenir, pour cette partie si controversée de la Géographie régionale, les plus sérieuses garanties d'exactitude à la fois linguistique, topographique ou historique.

ACOUSTIQUE. — *Les çrutis de la musique des Hindous, les tiers de ton de celle des Arabes et l'acoustique musicale.* Note de M. **Gabriel Sizes**, transmise par M. C. Saint-Saëns.

Devant l'évidence des faits, aucun auteur ancien ou moderne ne conteste que de tout temps les peuples furent sensibles à la résonance des consonances parfaites : quinte, quarte et octave, et qu'ils les prirent pour base de leur système musical. Il n'est pas moins évident qu'au VIe siècle avant J.-C., Pythagore détermina les rapports numériques des intervalles d'*une gamme déjà fort ancienne* en usage chez les peuples hindous. Les auteurs de l'antiquité étudiés par A. Gevaert dans sa remarquable *Histoire de la*

musique (Gand, 1875, particulièrement vol. I, ch. IV) ne laissent aucun doute à cet égard.

Dans les Traités en langue sanscrite et dans la plus récente étude en anglais de P. R. Bhandarkar (Bombey, 1912), il est explicitement dit : que leur gamme primitive commença par 4 sons, puis 7, pour atteindre 22 sons, y compris l'octave, appelés *çruti*. Ce fut l'origine du *tétracorde* sur lequel repose tout le système musical de l'antiquité grecque, de l'*heptacorde* de Terpandre (VIIIe siècle avant J.-C.) et de la gamme *chroma-commatique* de 22 sons de Pythagore.

Certains musicographes ont émis l'hypothèse : que les çrutis étaient « de même valeur » et qu'ils divisaient l'octave « en 22 parties égales », c'est-à-dire *un intervalle* un peu plus grand que le *quart de ton* et plus petit que le *tiers*. Dans aucun texte rien ne justifie cette interprétation : *çruti* a pour racine *çru* qui signifie *entendre; çruti : le fait d'entendre une transmission orale*. Ce nom se rapporte donc à *son :* que l'on *entend* et qui se *transmet;* et non à une *mesure* quelconque. On ne peut arguer qu'il existe une acoustique spéciale à l'usage des Hindous; or un tel intervalle, dans le rapport 129 : 125, est incompatible avec la valeur des intervalles d'une gamme d'origine consonnante.

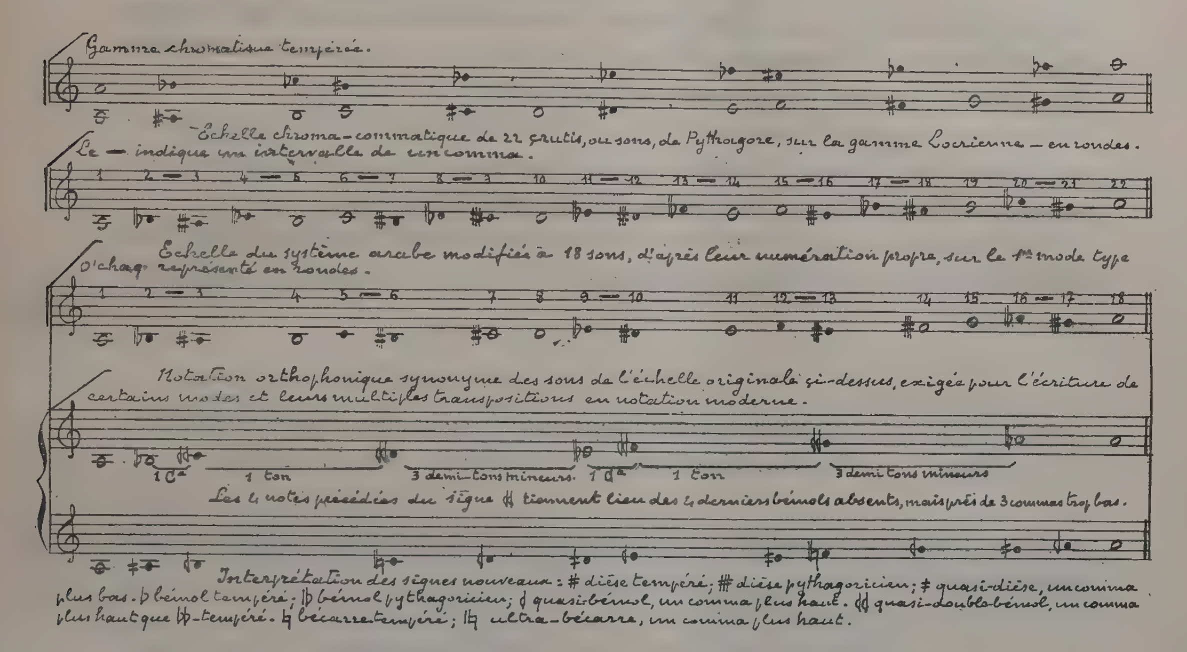
Les deux principaux Traités en sanscrit (le *Bharata* et *Kallinata*) confirment cette interprétation en s'accordant à dire : qu' « au moyen des trous d'une flûte les *hommes sages* devraient produire des *notes* de 2, 3 et 4 çrutis : en *faisant trembler le doigt*, en *ouvrant un trou à moitié ou tout à fait*. D'autres sages, comme Vena, considèrent qu'un çruti est de 9 espèces ». Il est indiscutable qu'il s'agit : de *hauteurs différentes* d'un même çruti (ou son), ayant un rapport intime avec les diverses *fonctions mélodiques* ou *modales* de certains sons.

Mais la codification de ces *fonctions modales* dans l'usage des *chroai* (nuances) fut l'œuvre de l'antiquité grecque, particulièrement de Terpandre, Pythagore et Aristoxène, du VIIIe au IVe siècle (avant J.-C.). On retrouve les diverses espèces mentionnées de « çrutis » dans les sons des multiples espèces de genres : *diatonique*, *chromatique* et *enharmonique*, et dans les fonctions modales de certains sons dans les *chroai* dont les principales sont : l'*eclysis*, l'*ecbolé* et le *spondiasme* (1); sans oublier la hauteur particulière des douze sons de « l'échelle chromatique tonale tempérée »

---

(1) Dans le *tétracorde enharmonique*, le demi-ton est partagé en *deux quarts de ton*. Dans les *chroai* on trouve *trois espèces de tons* équivalant à 9 : 8, 10 : 9 et 8 : 7; *cinq espèces* de l'intervalle appelé *diésis*.

dont toute l'antiquité a fait usage. Tout démontre qu'on ne saurait voir dans la *gamme consonante* hindoue : que les 22 sons de la gamme chroma-commatique déterminée par Pythagore.



Une erreur analogue s'est produite dans la considération de la gamme arabe, dont la principale étude a été faite par M. Villoteau dans les Volumes VI, XIII et XIV du remarquable Ouvrage *Description de l'Égypte* publié par Panckoucke il y a près d'un siècle. Tous les auteurs de Traités arabes traduits et étudiés dans cet Ouvrage affirment : que leur gamme est formée au moyen des consonances parfaites; que l'accord des nombreux instruments qu'ils possèdent suit cette règle fondamentale; et qu'enfin ils tiennent leur système musical des Grecs, des Perses et des Hindous. L' « échelle tonale » est graduée sur les 12 degrés chromatiques tempérés. Leur gamme complète est formée de 18 sons, octave comprise. Leur méthode synthétique d'accord équivaut à deux séries distinctes de quintes partant du son qu'ils nomment « rast », *ré;* la première ascendante : *ré*, *la*, *mi*, *si*, *fa*$^{\sharp}$, *ut*$^{\sharp}$, *sol*$^{\sharp}$, *ré*$^{\sharp}$, *la*$^{\sharp}$, *mi*$^{\sharp}$, *si*$^{\sharp}$; la seconde descendante : *ré*, *sol*, *ut*, *fa*, *si*$^{\flat}$, *mi*$^{\flat}$, *la*$^{\flat}$. Les quatre derniers termes : *ré*$^{\flat}$, *sol*$^{\flat}$, *ut*$^{\flat}$, *fa*$^{\flat}$, qui compléteraient la gamme pythagoricienne, *sont absents;* ce qui occasionne des troubles graves dans les rapports des sons de certains modes très usités.

L'adoption de ce système ainsi que celui des 12 modes principaux, qu'ils

transposent sur les 17 degrés de la gamme, soit 204 « circulations » ou gammes notées dans les Traités, furent l'œuvre des auteurs du « Messel » arabe. On trouve dans ces gammes des intervalles de *un comma* qui alternent avec d'autres qui atteignent *une tierce mineure moins un comma;* des *tons mineurs*, inexistants, à la place de *tons majeurs;* mais jamais des *tiers de ton* comme on l'a prétendu par erreur.

L'étude du système musical des peuples orientaux conduit aux mêmes conclusions. La gamme occidentale elle-même n'est qu'une adaptation moderne des doctrines pythagoricienne et aristoxénienne.

Nous donnons à la page 863 un Tableau comparatif des sons des trois systèmes : tempéré, hindou-pythagoricien et arabe, en notation moderne appropriée.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les combinaisons de la zircone avec l'acide sulfurique.* Note [1] de M. **Ed. Chauvenet**, présentée par M. A. Haller.

On a décrit une dizaine de combinaisons du zirconium avec l'acide sulfurique :

$(SO^4)^2Zr.SO^4H^2$,	$(SO^4)^2Zr.2ZrO^2$,
$(SO^4)^2Zr$,	$3(SO^4)^2Zr.4ZrO^2$,
$(SO^4)^2Zr.ZrO^2$,	$SO^3.2ZrO^2$,
$2(SO^4)^2Zr.ZrO^2.15H^2O$,	$(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$,
$7(SO^4)^2Zr.5ZrO^2.38H^2O$,	$3(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$.

Les renseignements relatifs à l'obtention et aux propriétés de plusieurs de ces produits étant peu précis (d'ailleurs il m'a été impossible d'en reproduire un certain nombre), j'ai tenté de rechercher toutes les combinaisons possibles du zirconium avec l'acide sulfurique et de déterminer ensuite les conditions dans lesquelles elles prennent naissance. J'ai utilisé dans ce but la méthode classique qui consiste à suivre la variation des propriétés de mélanges des constituants en fonction de la composition. Mais j'ai été limité dans le choix de la propriété que je devais étudier, tant à cause de l'insolubilité de la plupart des produits (mélanges ou combinaisons) qu'à cause de l'étendue assez restreinte de la zone de stabilité des combinaisons engendrées. C'est la méthode des densités que j'ai adoptée.

---

[1] Séance du 21 mai 1917.

J'ai donc fait des mélanges très variés de zircone et d'acide sulfurique, mais de composition connue; ils ont été desséchés ensuite à 200°, de manière à les avoir rigoureusement anhydres (j'ai vérifié qu'à cette température il y avait seulement départ d'eau). Les densités ont été déterminées par la méthode du flacon, en me servant de nitrobenzine purifiée comme liquide de comparaison. Toutes les précautions ont été prises pour rendre les erreurs négligeables (refroidissement complet des produits et expulsion de l'air en particulier). Enfin toutes les mesures ont été faites sensiblement à la même température, soit 12°,4, et rapportées à l'eau. Voici les résultats des mesures :

SO^4H^2. mol.	ZrO^2. mol.	Densité.	SO^4H^2. mol.	ZrO^2. mol.	Densité.
2	0,25	2,05	2	2,50	3,49
2	0,50	2,20	2	2,60	3,52
2	1	2,50	2	2,80	3,57
2	1,25	2,78	2	3	3,62
2	1,50	3,02	2	3,50	3,65
2	1,75	3,20	2	4	3,69
2	2	3,40	2	5	3,79
2	2,25	3,45	2	6	3,87
2	2,40	3,47			

De l'examen de la courbe construite avec ces données on tire la conclusion suivante : existence de sept brisures comprises respectivement entre $0^{mol},25$ et 1^{mol} de zircone, 1^{mol} et 2^{mol}, 2^{mol} et $2^{mol},4$, $2^{mol},4$ et $2^{mol},6$, $2^{mol},6$ et 3^{mol}, 3^{mol} et 4^{mol}, 4^{mol} et 6^{mol} ; la courbe présente donc six points anguleux correspondant aux compositions :

SO^4H^2. mol.	ZrO^2. mol.	Formules brutes.
2	1	$(SO^4)^2Zr$
2	2	$(SO^4)^2Zr.ZrO^2$
2	2,4	$5(SO^4)^2Zr.7ZrO^2$
2	2,6	$3(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$
2	3	$(SO^4)^2Zr.2ZrO^2$
2	4	$(SO^4)^2Zr.3ZrO^2$

Les produits suivants n'existeraient donc pas :

$(SO^4)^2Zr.SO^4H^2$, $2(SO^4)^2Zr.ZrO^2$, $7(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$, $3(SO^4)^2Zr.4ZrO^2$, $(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$.

En fait j'ai retrouvé facilement les six produits mentionnés plus haut, tandis qu'il m'a été impossible de reproduire les cinq derniers.

PHYSIOLOGIE. — *Chronaxie normale des muscles du membre inférieur de l'homme. Leur classification fonctionnelle et radiculaire par la chronaxie.* Note [1] de M. Georges Bourguignon.

Dans des travaux antérieurs [2] j'ai montré que la chronaxie classe les muscles du membre supérieur de l'homme à la fois suivant leur systématisation radiculaire, leurs fonctions et leur distance à la moelle.

Au membre supérieur, la chronaxie répartit les muscles en quatre groupes (n°s 1, 2, 3, 4) qui se résument ainsi :

	Flexion et ses antagonistes.	Extension.
Mouvements du bras sur l'épaule et de l'avant-bras sur le bras	$0^s,00012$ (n° 1)	$0^s,00022$ (n° 2)
Mouvements de la main sur l'avant-bras et des doigts sur la main	$0^s,00027$ (n° 3)	$0^s,00055$ (n° 4)

En étudiant le membre inférieur, j'ai retrouvé les mêmes lois qu'au membre supérieur.

Mais, au lieu de quatre groupes, la chronaxie ne permet de reconnaître dans le membre inférieur que trois groupes.

Premier groupe. — Le premier groupe est constitué par tous les muscles qui sont innervés par les deuxième, troisième et quatrième lombaires.

La chronaxie moyenne de ce groupe est de $0^s,00014$.

Il comprend tous les muscles innervés par le nerf crural et le nerf obturateur, auxquels s'ajoutent le grand fessier et le jambier antérieur.

Deuxième groupe. — Le deuxième groupe est constitué par tous les muscles innervés par les troisième, quatrième et cinquième lombaires.

La chronaxie moyenne de ce groupe est de $0^s,00035$.

Il comprend tous les muscles innervés par le sciatique poplité externe, moins le jambier antérieur.

Troisième groupe. — Le troisième groupe est constitué par les muscles innervés par la cinquième lombaire, les première et deuxième sacrées.

Sa chronaxie moyenne est de $0^s, 00058$.

---

[1] Séance du 21 mai 1917.

[2] Georges Bourguignon, *Comptes rendus*, t. **162**, 1916, p. 956; t. **163**, 1916, p. 68; t. **164**, 1917, p. 243. — *Société de Biologie*, t. **79**, 17 juin et 1er juillet 1916, p. 584 et 637.

Il comprend tous les muscles innervés par le sciatique à la cuisse moins le grand fessier, et tous les muscles innervés par le sciatique poplité interne à la jambe et au pied. Les filets nerveux destinés aux muscles de la cuisse, se détachant en réalité de la portion interne au tronc du sciatique, ce groupe est donc constitué par tous les muscles innervés par le sciatique poplité interne, moins le grand fessier.

La classification des muscles du membre inférieur, suivant les origines radiculaires de leurs nerfs, ressort donc nettement de cette étude.

Au point de vue fonctionnel, j'ai été obligé d'abandonner les expressions d'extension et de flexion, car les mouvements homologues de la cuisse et de la jambe sont de nom contraire et l'on ne voit la classification fonctionnelle que difficilement en employant ces expressions. Aussi, au lieu de considérer les mouvements de la cuisse, de la jambe et du pied, par rapport à l'articulation, je les ai considérés par rapport à la verticale. Dans ces conditions, je distingue les mouvements d'arrière en avant et les mouvements d'avant en arrière de la cuisse, de la jambe et du pied. Il est alors facile de voir que les premier et deuxième groupes comprennent tous les muscles qui produisent les mouvements d'arrière en avant de la cuisse (flexion de la cuisse sur le bassin), de la jambe (extension de la jambe sur la cuisse) et du pied (flexion dorsale du pied et extension des orteils).

Le troisième groupe comprend tous les muscles qui produisent les mouvements d'avant en arrière de la cuisse (extension de la cuisse sur le bassin), de la jambe (flexion de la jambe sur la cuisse) et du pied (flexion plantaire du pied et flexion des orteils).

Le grand fessier, qui a la même chronaxie que les muscles qui produisent le mouvement d'arrière en avant de la cuisse sur le bassin, est synergique de ces muscles dans la marche.

De même, le jambier antérieur empêche la pointe du pied de tomber, lorsque la cuisse se porte d'arrière en avant. Nous retrouvons donc au membre inférieur la synergie de certains muscles, assurée par l'égalité de leurs chronaxies.

Enfin, il est facile de voir que la chronaxie des muscles de la région antéro-externe de la jambe est plus grande que celle des muscles antérieurs de la cuisse.

Du côté postérieur, les différences sont moindres; mais tandis que les muscles à la cuisse ont des chronaxies comprises entre $0^s,00050$ et $0^s,00055$, ceux de la jambe et du pied ont des chronaxies comprises entre $0^s,00055$ et $0^s,00066$. Nous retrouvons donc la loi de la croissance de la chronaxie en fonction de la distance à la moelle.

Tous ces faits ressortent nettement du Tableau suivant :

Origines radiculaires.	Muscles.	Chronaxie moyenne.	Groupement par la chronaxie. Groupe.	Chronaxie moyenne du groupe.	Fonction.
		s			
L_2 L_3 L_4	Grand fessier	0,00010	n° 1	0,00014	Mouvements d'arrière en avant : Cuisse (+ 1 antagoniste, jambe, pied).
	Grand adducteur	0,00011			
	Couturier	0,00014			
	Droit interne	0,00014			
	Droit antérieur	0,00010			
	Vaste interne	0,00012			
	Vaste externe	0,00017			
	Moyen adducteur	0,00018			
	Jambier antérieur	0,00020			
L_3 L_4 L_5	Long péronier latéral	0,00037	n° 2	0,00035	Mouvements d'arrière en avant : Pied.
	Extenseur commun	0,00033			
	Pédieux	0,00037			
L_5 S_1 S_2	Biceps	0,00055	n° 3	0,00058	Mouvements d'avant en arrière : Cuisse, jambe, pied.
	Demi-membraneux	0,00050			
	Jumeau interne	0,00060			
	Jumeau externe	0,00055			
	Fléch. commun	0,00060			
	Add. du gros orteil	0,00066			

Il est à remarquer que les différences entre les chronaxies des deuxième et troisième groupes, au membre inférieur, sont moindres qu'entres celles des premier et deuxième groupes, d'une part, et des troisième et quatrième groupes, d'autre part, au membre supérieur.

Il est facile de s'expliquer les différences entre le membre supérieur et le membre inférieur par ce fait que les mouvements sont beaucoup moins complexes et les synergies beaucoup plus nombreuses au membre inférieur qu'au membre supérieur.

Conclusions. — 1° La chronaxie classe les muscles du membre inférieur suivant les mêmes lois qu'au membre supérieur. Cette classification est une classification fonctionnelle qui se superpose à la systématisation radiculaire.

2° De même que les fonctions du membre inférieur sont plus simples que celle du membre supérieur, de même les groupes fonctionnels constitués par la chronaxie sont moins nombreux au membre inférieur qu'au membre supérieur.

BIOCHIMIE COMPARÉE. — *Sur l'hélicorubine.* Note de MM. **Ch. Dhéré** et **G. Vegezzi**, présentée par M. A. Dastre.

L'hélicorubine est un pigment rougeâtre qui se trouve contenu dans la bile de l'escargot. Ce pigment a déjà attiré et retenu l'attention d'un certain nombre de physiologistes : Sorby, Krukenberg, Max Munn, Dastre et Floresco. Les travaux sur l'hélicorubine des auteurs que nous venons de nommer ont mis en évidence bien des particularités remarquables qu'offre cette matière colorante; ils ont, pourtant, laissé sans réponse plusieurs des questions importantes que suggère cette étude. Cette constatation nous a déterminés à entreprendre des recherches assez étendues sur l'hélicorubine, recherches qui seront exposées ailleurs d'une façon détaillée et dont nous ne voulons que signaler ici les principaux résultats :

1° La bile d'escargot, additionnée d'alcali, présente un spectre d'absorption rappelant celui de l'hémochromogène alcalin, bien que les deux bandes soient notablement décalées vers l'extrémité rouge. En plus de ces deux bandes, qui ont été signalées par tous les observateurs et qui constituent le spectre caractéristique de l'hélicorubine *alcaline* (le seul connu jusqu'à présent) nous avons découvert que l'hélicorubine alcaline, convenablement purifiée [1], possède une *troisième bande*, située dans l'indigo et le violet (λ axe $= 427^{\mu\mu}$ environ).

2° L'hélicorubine *acide* offre un spectre d'absorption analogue à celui de l'hélicorubine alcaline, sauf que la première bande est *nettement dédoublée* : elle est «géminée».

3° L'hélicorubine se transforme facilement en un produit d'oxydation quand, en solution acide, elle est agitée à l'air. Cette combinaison oxygénée, cette *oxyhélicorubine*, est caractérisée par un spectre bien différent d'aspect de celui de l'hélicorubine, mais également à trois bandes. La première bande est étendue de $\lambda\,580^{\mu\mu}$ à $563^{\mu\mu}$; la seconde (qui est notablement plus large et plus foncée que la première), de $\lambda\,547^{\mu\mu}$ à $519^{\mu\mu}$. Quant à la troisième bande, elle est située dans le violet et a pour axe $\lambda\,415^{\mu\mu}$ (sensiblement le même axe que la troisième bande de l'oxyhémoglobine).

---

[1] La bile de l'escargot contient, en effet, un autre pigment, brunâtre, que nous proposons d'appeler *hélicofuscine*. Ce pigment, qui ne présente pas de bande d'absorption, éteint fortement les rayons les plus réfrangibles (bleus et violets); sa présence dans la bile empêche de voir la troisième bande de l'hélicorubine.

4° En traitant l'hélicorubine par de l'alcool acidifié, on la décompose et l'on obtient une *hélicohématine* tout à fait analogue, par ses propriétés spectrales, à l'hématine des Vertébrés. Cette hélicohématine fournit, par réduction en milieu alcalin, de l'hémochromogène typique.

5° Si l'on oxyde l'hélicorubine par le permanganate de potassium, il se forme un dérivé offrant, après réduction, une *bande d'absorption dans le jaune* (λ axe $= 587^{\mu\mu}$), dérivé analogue à celui que fournit l'hématine des Vertébrés dans les mêmes conditions.

6° Sous l'action des acides (tartrique et acétique) et en présence d'un réducteur approprié (hydrosulfite de sodium), l'hélicohématine donne naissance à de l'*hématoporphyrine* facile à reconnaître grâce à sa fluorescence rouge.

7° D'après ce qui vient d'être dit, l'hélicorubine semble apparentée à l'hémoglobine, dont elle peut être considérée, en quelque sorte, comme une forme à la fois embryonnaire et ancestrale. Cette manière de voir avait déjà été plus ou moins exprimée par Sorby et par Mac Munn, mais sans preuves suffisantes à l'appui de leur opinion.

L'hélicorubine, en solution légèrement acide (ce qui est précisément le cas dans la sécrétion biliaire), passant aisément de l'état réduit à l'état oxydé et inversement, se comporte sans doute dans l'intestin de l'escargot comme un *pigment respiratoire*.

MÉDECINE. — *Influence du traumatisme sur la gangrène gazeuse expérimentale et sur le réveil de cette infection.* Note de MM. **H. Vincent** et **G. Stodel**, présentée par M. A. Dastre.

L'inoculation expérimentale, dans les muscles de la cuisse du cobaye, du *Bacillus perfringens* cultivé en bouillon ordinaire, ne donne pas lieu, d'une manière constante, à l'apparition de la gangrène gazeuse. D'après nos expériences, cette inoculation est restée négative chez 75 pour 100 des cobayes.

Certaines races ont un pouvoir pathogène très faible, même à dose élevée. Il en est d'autres cependant qui sont beaucoup plus actives.

A l'exemple d'un certain nombre d'autres microbes anaérobies, le *B. perfringens* ne paraît donc pas être un microbe pathogène obligé. Très répandu dans le tube digestif de l'homme et des animaux ainsi que dans les substances organiques et les cadavres en putréfaction, ce bacille vit, grâce

à ses ferments protéolytiques, aux dépens de la matière organique morte. C'est ce qui explique sa prédilection pour les plaies par éclat d'obus dans lesquelles les tissus broyés réalisent un substratum inerte très favorable.

Puisqu'il ne se multiplie que plus rarement lorsque cette condition fait défaut, c'est qu'il existe, pour le *B. perfringens*, comme pour le bacille tétanique et le *B. fusiformis* (¹), certains facteurs adjuvants dont l'absence explique, chez les animaux, le résultat négatif de l'inoculation, et dont la coexistence permet, au contraire, sa pullulation. Celle-ci ne peut être amorcée *in vivo* que lorsque le *B. perfringens* trouve un terrain nutritif à vitalité diminuée ou éteinte.

Il est possible d'en apporter la vérification expérimentale.

On inocule, dans la masse musculaire de la cuisse du cobaye, $0^{cm^3},5$ à 1^{cm^3} de culture inactive chez les cobayes témoins. L'animal étant anesthésié, on pratique, aussitôt après, à l'aide d'une tenaille, l'écrasement partiel des muscles inoculés. Or, en pareil cas, la gangrène gazeuse survient à coup sûr, le plus souvent en moins de 18 heures.

Injecté en tissu sain, le bacille est, au contraire, fréquemment sans effet. Que devient-il dans ce dernier cas ? Disparaît-il, et à quel moment ?

Si, chez des cobayes n'ayant présenté aucun lésion après l'inoculation du virus, on provoque, plusieurs jours après, l'attrition des muscles par le procédé indiqué ci-dessus, on voit apparaître la gangrène gazeuse.

Cette apparition est possible pendant une période dont l'extrême limite expérimentale est de 12 jours. En d'autres termes, la tumeur gangréneuse s'est manifestée lorsque le traumatisme est intervenu 2 jours, 5 jours, 6 jours, 7 jours et 9 jours après l'inoculation du bacille. Dans un cas, le résultat a été positif même après 12 jours : le cobaye a guéri, mais après avoir offert la lésion caractéristique avec nombreux bacilles, dont beaucoup sporulés, dans les muscles.

Ainsi réveillée par le traumatisme, la gangrène gazeuse a souvent, surtout si l'inoculation est récente (2 à 6 jours auparavant), une incubation brève en moins de 18 heures, et une marche rapidement mortelle, avec œdème envahissant et suintant, crépitation, perte des poils, abondance considérable de bacilles dans la lésion.

(¹) H. Vincent, *Annales de l'Institut Pasteur*, 25 octobre 1896, et *Société de Biologie*, 23 mars 1901.

En conséquence, *même alors qu'il est silencieux, le* B. perfringens *ne disparaît pas immédiatement des tissus*. Il se conserve, manifestant ainsi une phase de *microbisme latent* pendant laquelle il ne détermine aucune lésion.

Chez l'homme blessé, une contusion, un traumatisme intercurrent de quelque nature qu'il soit, peuvent donc amener un réveil d'infection et déclencher le processus gangréneux.

Là est sans doute l'explication de certains cas tardifs de gangrène gazeuse après 4 jours, 6 jours et même 18 jours (A. Quénu et J. Chalier, etc.). Trifaud a signalé des cas semblables, après opération chez des blessés anciens.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 10 avril 1917.)

Dans l'énoncé des publications signalées par M. le Secrétaire perpétuel :

Page 571, lignes 3 et 4, *au lieu de* Edmond Perrin, *lire* Édouard Perrin.